

Examen de MATHEMATIQUES (Fonctions – Partie II)

2nde – 2 heures

(Calculatrice autorisée)

Exercice 1 :

Soit f définie sur \mathbb{R}^* par $x \rightarrow \left(1 + \frac{1}{x}\right)^2 - 3$

- 1) Déterminer les images de -1 ; $\frac{1}{2}$ et $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- 2) Le nombre 2 est-il un antécédent de $\frac{-3}{4}$ par f ?
- 3) Les points $A(-1;3)$ et $B\left(\frac{\sqrt{2}}{2} ; 2\sqrt{2}\right)$ appartiennent-ils à C_f ?
- 4) Tracer C_f dans un repère orthonormé $(O; \vec{i} ; \vec{j})$ d'unité 1 cm
- 5) Résoudre graphiquement $f(x) > x$

Exercice 2 :

Soit f la fonction définie par $x \rightarrow \frac{x+4}{x+2}$

- 1) Déterminer D_f
- 2) Calculer les images de 0 et $\sqrt{2}$
- 3) Déterminer le signe de f puis interpréter graphiquement
- 4) Étudier les variations de f et faire un tableau de variations
- 5) Représenter graphiquement f
- 6) Résoudre graphiquement $f(x)=3$

Exercice 3 :

Soit f la fonction définie par $x \rightarrow \frac{4}{1+x^2}$

- 1) Montrer que f admet un maximum. Interpréter graphiquement
- 2) Déterminer le sens de variations de f et dresser un tableau de variations
- 3) Représenter graphiquement f dans un repère orthogonal d'unités 2cm en abscisses et 4 cm en ordonnées
- 4) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) > x+2$

Exercice 4 :

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 2x^2 - x - 4$

- 1) Montrer que f admet un maximum en $x = 1/4$
- 2) Déterminer les variations de f et dresser un tableau de variations
- 3) En justifiant à l'aide des variations, donner le meilleur encadrement possible de $f(x)$ dans chacun des cas suivants :
 - a) $x \in [1; 2]$
 - b) $x \in [-2; -1]$
 - c) $x \in [-2; 2]$

Exercice 5 :

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 2x^2 + 2x + 2$

- 1) Déterminer le signe de f
- 2) f admet-elle un extremum ? Si oui, le déterminer
- 3) Représenter graphiquement f